Scanned with permission from the publisher.

La production des mésons et les états excités à vie moyenne brève /

d'Espagnat, B, Prentki, Jacques

CERN-56-09

Published in Nuovo Cimento 1 (1955) pp 486-49

From Carmen Vasini <vasini@sif.it>

To Jens Vigen <Jens.Vigen@cern.ch>

Subject Re Request for permission to reproduce published material

Dear Jens Vigen,

we are glad to grant you permission to reproduce the material requested provided full credit is given to the source

Kindest regards

Carmen Vasini

La production des mésons et les états excités à vie moyenne brève.

B D'ESPAGNAT et J PRENTKI

CERN Genève

(ricevuto il 4 Maggio 1955)

Summary — This paper concerns the models for meson production which make use of an intermediary excited nucleon X having a short lifetime, Ex $\pi + \mathcal{N} \rightarrow \pi + X \rightarrow \pi + \pi + \mathcal{N}$. The legitimacy of drawing from such a hypothesis, together with charge independence, simple clear cut conclusions as to the relative numbers of mesons created with various charges is discussed. It is shown that, contrary to what might be expected at first sight, these ratios depend, in a complicated way, on the line width (lifetime) of the excited state. Only in the case of a line width small compared to excitation energy do they reach the values given by the more customary and elementary approach. Isotopic spin conservation is assumed. For simplicity calculations have been made using scalar meson theory without recoil; reactions (1) and (2) are treated as an example. The method consists in calculating the matrix elements of the T matrix for the whole process, i.e. without supposing implicitly that X be real. The intermediary state hypothesis is introduced by keeping only the graphs of Fig 3. The important contributions of damping, given by the graphs of Fig 2, are taken into account by solving the appropriate Heitler equations. The general result for our example is given by (22). A discussion of this formula shows that the limiting value of σ_{0+}/σ_{++} can hardly be a good approximation unless the line width Γ of the excited state is less than about a tenth of its excitation energy Δ . We conclude that when X is identified with the $I=J=3/2$; $\Delta=150$ MeV, $\Gamma \approx 80$ MeV excited state of the nucleon, the elementary approach for the calculation of such ratios should not be considered as reliable.

1 — Introduction

Il a été récemment suggéré d'interpréter certains résultats expérimentaux au moyen d'états excités à vie moyenne très brève. Cette hypothèse a été émise à propos de la production des mésons π soit dans les chocs nucléon-

nucléon soit dans les chocs méson π -nucléon. En ce qui concerne les chocs nucléon-nucléon on admet que dans une première étape, il y a excitation d'un des deux nucléons; la deuxième étape consiste en la désexcitation de ce nucléon, avec émission d'un méson π . Pour des énergies suffisamment grandes les deux nucléons peuvent être excités simultanément.

Cette hypothèse est, sous certains aspects, assez attrayante. En effet le modèle statistique de Fermi pour la production multiple des mésons — qui avait été d'abord appliqué sans modifications — fournit un rapport σ_2/σ_1 à peu près vingt fois inférieur au rapport observé par SHUTT *et al* ⁽¹⁾ pour des énergies de 2 GeV environ (σ_2 =section efficace de production double, σ_1 =celle de production simple). Il est clair que l'hypothèse du passage par des états excités, correspondant à des réactions où interviennent des phénomènes de résonance, est un moyen possible de modifier sensiblement ce rapport théorique en faveur de σ_2 dès que les énergies le permettent. Naturellement il aurait aussi été possible d'augmenter σ_2/σ_1 , en restant dans le cadre de la théorie de Fermi. Il aurait suffi de modifier convenablement le « volume caractéristique ». Toutefois ⁽¹⁾ une telle opération aurait également pour effet d'augmenter le nombre des productions triples et cela bien au dessus du nombre expérimentalement observé. Par ailleurs il semble que dans les chocs $N + P \rightarrow N + P + \pi^+ + \pi^-$ une certaine corrélation ait été observée ⁽¹⁾ entre le proton et le méson π^+ d'une part et le neutron et le méson π^- de l'autre. Ceci pourrait s'expliquer par la formation de deux états excités à condition que ceux-ci aient un spin isotopique 3/2.

Enfin YUAN et LINDENBAUM ⁽²⁾ ont étudié la production des mésons π dans les chocs nucléon-nucléon aux énergies de 1 GeV et 2,3 GeV (en prenant pour cible le Be et en observant les mésons créés sous un angle de 80° à 100° par rapport à la direction des nucléons dans le système du centre des masses). Leurs résultats indiquent fortement l'existence d'un maximum dans la distribution en énergie des mésons, maximum centré autour de 100-150 MeV, ceci aussi bien pour des protons de 1 GeV que de 2,3 GeV. Ces résultats peuvent de nouveau s'interpréter à l'aide de l'hypothèse précédente et de plus suggèrent, vu la similitude des énergies d'excitation, une identification de l'état excité en question avec celui dont les apparences se manifestent dans la diffusion élastique des mésons π par l'hydrogène.

La création des mésons π dans les collisions $\pi + \mathcal{N} \rightarrow \pi + \pi + \mathcal{N}$ a été étudiée expérimentalement par WALKER, CRUSSARD et KOSHIBA ⁽³⁾ et par

⁽¹⁾ W. B. FOWLER, R. P. SHUTT, A. M. THORNDIKE et W. L. WHITEMORE: *Phys Rev*, **95**, 1026 (1954).

⁽²⁾ L. C. L. YUAN et S. J. LINDENBAUM: *Phys Rev*, **93**, 1431 (1954); S. J. LINDENBAUM et L. C. L. YUAN: *Phys Rev*, **95**, 638 (1954).

⁽³⁾ W. D. WALKER, J. CRUSSARD et M. KOSHIBA: *Phys Rev*, **95**, 852 (1954).

SHUTT et collaborateurs ⁽⁴⁾ En ce qui concerne la manifestation d'un état excité par des considérations énergétiques la situation est assez similaire à celle décrite ci-dessus, bien que moins nette Des calculs simples, basés sur la conservation du spin isotopique et du type de ceux que nous allons discuter, n'ont pas donné de résultats très concluants

Du point de vue théorique, si l'idée de deux étapes successives est prise au pied de la lettre, si de plus on admet l'hypothèse de l'invariance du spin isotopique, alors pour une valeur donnée du spin isotopique de l'état excité du nucléon il est possible par un raisonnement simple (voir section 2) de trouver des relations entre les sections efficaces de production de mésons π de différentes charges Ainsi PEASLEE ⁽⁵⁾ a appliqué ce modèle à la production d'un et de deux mésons dans les chocs nucléon-nucléon Il a montré par exemple que pour des collisions proton-proton avec émission d'un méson π le rapport σ_+/σ_0 est égal à 5 De même on obtient dans les chocs $\pi^+ + P$ un rapport σ_{+0}/σ_{++} égal à 13/2, tout ceci en supposant que l'état excité est de spin isotopique 3/2

Dans le présent article nous ne voulons pas discuter la plus ou moins grande validité de l'hypothèse selon laquelle la totalité de la réaction s'effectuerait par l'intermédiaire d'un — ou de deux — nucléons excités Nous voulons seulement nous préoccuper de rechercher si, cette hypothèse étant admise, des conclusions du type précédent — rapports bien définis entre nombres de mésons de différentes charges par exemple — en découlent nécessairement Notre thèse sera, comme l'un de nous l'a déjà suggéré (B E) ⁽⁶⁾, que si la vie moyenne de l'état excité est raisonnablement longue de telles conclusions sont effectivement valables mais que, par contre, si cette vie moyenne est très courte, bien que l'on se limite à un état excité de spin isotopique donné, le calcul en deux étapes peut être erroné ⁽⁷⁾ Cette remarque est en particulier valable si le nucléon excité est assimilé, comme indiqué plus haut, à celui qui interviendrait dans les collisions élastiques $\pi^+ - P$ et dont on sait que la vie moyenne serait très brève ($\sim 10^{-23}$ s)

Il pourrait sembler qu'une telle remarque est évidente (bien qu'elle n'aie pas toujours été appliquée!) En effet elle est en rapport manifeste avec la quatrième relation d'incertitude Toutefois il faut noter que cette relation concerne essentiellement les énergies et que d'habitude, lorsque l'on fait appel à des états excités, on traite des problèmes très différents de celui qui nous occupe (par exemple l'excitation d'atomes dans les collisions ou la théorie du noyau composé) où la limitation due à la relation de Heisenberg est immé-

⁽⁴⁾ L. M. EISEBERG, W. B. FOWLER, R. M. LEA, W. D. SHEPHARD, K. P. SHUTT, A. M. THORNDIKE et W. L. WHITEMORE: *Phys. Rev.*, **97**, 797 (1955)

⁽⁵⁾ D. C. PEASLEE: *Phys. Rev.*, **94**, 1085 (1954) et **95**, 1580 (1954)

⁽⁶⁾ B. D'ESPAGNAT: *Compt. Rend.*, **240**, 164 (1955)

⁽⁷⁾ B. D'ESPAGNAT et J. PRENTKI: *Compt. Rend.*, **240**, 1514 (1955)

diat. Cependant le spin isotopique est une grandeur sans aucune relation avec la vie moyenne et il ne serait pas exclu, à priori, que des résultats déduits uniquement à l'aide de cette grandeur soient, en fait, indépendants de la vie moyenne. Il n'est pas difficile de trouver des phénomènes où il en va ainsi. Citons, à titre d'exemple simple, la diffusion élastique π -nucléon si on la suppose entièrement due à un état excité intermédiaire. Enfin nous nous efforcerons de donner aussi une idée grossière de l'erreur que l'on commet en admettant une telle hypothèse.

Les processus (1) et (2) sont pris comme exemple. Dans la section 2 un bref rappel de la méthode élémentaire est donné. Il est montré qu'elle est peu satisfaisante pour des vies moyennes brèves et le principe de la méthode que nous utilisons est présenté. La section 3 est consacrée au calcul du rapport entre les sections efficaces de (1) et (2). Enfin dans les sections 4 et 5 le comportement de ce rapport est étudié en fonction de la vie moyenne et certaines conclusions en sont dégagées.

2 - Préliminaires

Nous rappelons brièvement la méthode utilisée en particulier par PEASLEE ⁽⁵⁾. Pour fixer les idées nous l'appliquons au problème très simple, caractérisé par les deux réactions suivantes:

Les deux étapes du calcul sont ici

(1) ne peut résulter que de la succession (3a), (4b) tandis que (2) est une combinaison de (3b) suivie par (4c) et de (3a) suivie par (4a).

X représente un état excité de spin isotopique 3/2 du nucléon. Les nombres entre parenthèses figurant dans (3ab) et (4abc) sont les probabilités relatives de ces différentes transitions, le spin isotopique total étant conservé.

Le rapport σ_{++}/σ_{+0} est ainsi

$$\left(\frac{2}{5} \frac{1}{3}\right) / \left(\frac{3}{5} \frac{1}{3} + \frac{2}{5} \frac{2}{3}\right) = \frac{2}{13}$$

Ce calcul, ainsi d'ailleurs que tous les calculs habituels faisant intervenir des états excités, est en somme basé sur la possibilité de traiter au cours de la première étape l'état excité comme un état stable, ce qui est légitime dans le cas des vies moyennes longues. La première étape constitue alors un phénomène en soi auquel s'appliquent les lois de conservation en général et l'état excité est bien entendu réel. Ce n'est que dans la deuxième étape qu'il est tenu compte de l'instabilité de l'état excité. Comme il a été dit dans l'introduction, il existe des cas où les résultats de cette manière de procéder sont en fait plus généraux qu'il ne paraîtrait et corrects, même si la vie moyenne est courte mais ceci, bien entendu, n'est pas le cas général.

Pour savoir si c'est le cas ou non pour le problème qui nous occupe nous devons trouver un moyen de décrire le passage par états excités sans introduire de surcroît l'hypothèse des longues vies moyennes. Reprenant, mais en des termes qui nous semblent plus corrects, la même description physique du phénomène, nous faisons un choix parmi tous les graphes représentant le processus global et nous ne conservons que ceux qui sont représentés par la fig. 1.

L'état initial, composé d'un proton et d'un méson passe vers l'état intermédiaire $X + \pi$ où le méson π est déjà dans son état final. Ceci correspond à la première étape de la description précédente. Le nucléon excité se désintègre ensuite en nucléon plus méson π . Les processus d'ordre quelconque qui sont dissimulés par les cercles n'ont pas à être précisés.

Le calcul qui suit est développé à partir de la fig. 1 selon les méthodes habituelles, tenant compte du damping qui, comme on le verra, joue un rôle important.

Étant donné qu'il s'agit surtout ici d'une question de principe nous discuterons, à titre illustratif, le cas académique d'un méson π scalaire avec couplage scalaire et d'un nucléon infiniment lourd.

3 - Calcul des sections efficaces

La section efficace de production d'un méson positif d'énergie comprise entre ε_1 et $\varepsilon_1 + d\varepsilon_1$ et d'un autre méson positif d'énergie $\varepsilon_2 = \varepsilon_i - \varepsilon_1$, où ε_i est

Fig. 1

l'énergie du méson incident, est donné par (+):

$$(5) \quad \sigma_{++}(\varepsilon_1) d\varepsilon_1 = (4\pi)^2 2\pi \frac{\varepsilon_i}{k_i} |T_{++}(\varepsilon_1)|^2 \varrho'(\varepsilon_1) d\varepsilon_1$$

avec

$$(5a) \quad k = \sqrt{\varepsilon^2 - \mu^2} ; \quad \varrho'(\varepsilon_1) = \frac{k_1 \varepsilon_1 k_2 \varepsilon_2}{(2\pi)^6},$$

et où $T_{++}(\varepsilon_1)$ est l'élément de matrice de la matrice T définie par LIPPMAN et SCHWINGER (8) et qui dans nos hypothèses est indépendante des angles. De même, pour la création d'un méson chargé et d'un méson neutre d'énergies ε_1 et ε_2 respectivement

$$(6) \quad \sigma_{+0}(\varepsilon_1) d\varepsilon_1 = (4\pi)^2 2\pi \frac{\varepsilon_i}{k_i} |T_{+0}(\varepsilon_1)|^2 \varrho'(\varepsilon_1) d\varepsilon_1$$

$T_{+0}(\varepsilon_1)$ représenterait dans ces notations l'élément de matrice de la création d'un méson neutre d'énergie ε_1 et d'un chargé d'énergie ε_2 .

Les sections efficaces totales de création de deux mésons à partir d'un méson incident d'énergie ε_i sont:

$$(7) \quad \sigma_{++}(\varepsilon_i) = \frac{1}{2} \int \sigma_{++}(\varepsilon_1) d\varepsilon_1,$$

$$(8) \quad \sigma_{+0}(\varepsilon_i) = \int \sigma'_{+0}(\varepsilon_1) d\varepsilon_1$$

Le facteur $\frac{1}{2}$ dans (7) provient du fait que l'on a dans l'état final deux particules identiques.

L'hypothèse de l'invariance du spin isotopique permet de décomposer T_{++} et T_{+0} suivant les valeurs du spin isotopique total et du spin isotopique du groupe des deux mésons finaux (*).

Après un calcul élémentaire, utilisant les propriétés bien connues des coef-

(+) On a posé $\hbar = 1$; $c = 1$

(8) B. A. LIPPMAN et J. SCHWINGER: *Phys. Rev.*, **79**, 469 (1950)

(*) Une autre possibilité de décomposition serait de grouper un des mésons finaux avec le nucléon ce qui pourrait même sembler plus conforme à la nature du présent problème. La méthode que nous avons choisie s'avère cependant plus maniable.

Je profite de cette note pour signaler que le raisonnement fait en (6) est trop sommaire à cet égard (B. E.)

ficients de Clebsch-Gordan on obtient:

$$(9a) \quad T_{++}(\varepsilon_1) = \sqrt{\frac{4}{5}} T^{2\frac{3}{2}}(\varepsilon_1)$$

$$(9b) \quad T_{0+}(\varepsilon_1) = -\sqrt{\frac{1}{5}} \sqrt{\frac{1}{2}} T^{2\frac{3}{2}}(\varepsilon_1) - \sqrt{\frac{1}{2}} T^{1\frac{3}{2}}(\varepsilon_1)$$

$$(9c) \quad T_{+0}(\varepsilon_1) = -\sqrt{\frac{1}{5}} \sqrt{\frac{1}{2}} T^{2\frac{3}{2}}(\varepsilon_1) + \sqrt{\frac{1}{2}} T^{1\frac{3}{2}}(\varepsilon_1)$$

où $T^{I\frac{3}{2}}$ ($I=1$ ou 2) est obtenu en combinant le méson d'énergie ε_1 avec celui d'énergie ε_2 , dans cet ordre, pour obtenir un système de spin isotopique I et ensuite l'ensemble avec le nucléon. On a les propriétés de symétrie suivantes:

$$(10) \quad \begin{cases} T^{2\frac{3}{2}}(\varepsilon_2) = T^{2\frac{3}{2}}(\varepsilon_1) \\ T^{1\frac{3}{2}}(\varepsilon_2) = -T^{1\frac{3}{2}}(\varepsilon_1) \end{cases}$$

ce qui est compatible avec (9bc)

La matrice T se calcule à partir de la matrice de réaction K à l'aide de l'équation de Heitler

$$(11) \quad T_{ba} = K_{ba} - i\pi \sum_c K_{bc} Q_c T_{ca},$$

où c représente tous les états sur le niveau d'énergie $E_a = E_b$

Limitons nous d'abord à des énergies incidentes inférieures au seuil d'émergence de trois mésons dans l'état final. L'équation (11) donne alors trois équations pour déterminer $T^{I\frac{3}{2}}$ ($I=1, 2$) et $T^{\frac{3}{2}}$ correspondant à la diffusion élastique d'un méson. Dans ce système d'équations interviennent les grandeurs $K^{I\frac{3}{2}}$ et $K^{\frac{3}{2}}$ et aussi les quantités $K^{I'I\frac{3}{2}}$ décrivant les transitions de deux mésons à deux mésons (I, I' , sont les spins isotopiques des deux mésons dans l'état initial et final respectivement)

Fig. 2

Un raisonnement direct sur les éléments de matrice de la matrice K — qui aurait dispensé de résoudre les équations de Heitler — n'aurait pas préservé l'unitarité de la matrice S et la présence de résonances dans le problème aurait conduit à des expressions du type ∞/∞ . Pour palier à ces inconvénients la résolution des équations de Heitler et, en particulier, l'introduction des grandeurs $K^{I'I\frac{3}{2}}$ est essentielle. Pour l'étude semiquantitative que nous nous proposons de faire il suffit de considérer les $K^{I'I\frac{3}{2}}$ correspondant aux graphes de la fig. 2

L'équation de Heitler s'écrit alors:

$$(12) \quad T^{\frac{3}{2}} = K^{\frac{3}{2}} - i\pi (4\pi) \varrho K^{\frac{3}{2}} T^{\frac{3}{2}} - i\pi (4\pi)^2 \sum_I \int \varrho'(\varepsilon_1) K^{I\frac{3}{2}}(\varepsilon_1) T^{I\frac{3}{2}}(\varepsilon_1) d\varepsilon_1,$$

$$(13) \quad T^{I\frac{3}{2}} = K^{I\frac{3}{2}} - i\pi (4\pi) \varrho K^{I\frac{3}{2}} T^{\frac{3}{2}} - \\ - i\pi (4\pi) \sum_{I'} \{ K^{II'\frac{3}{2}}(\varepsilon_1) \varrho(\varepsilon_1) + (-1)^{I+I'} K^{II'\frac{3}{2}}(\varepsilon_2) \varrho(\varepsilon_2) \} T^{I'\frac{3}{2}}(\varepsilon_1)$$

où toutes les quantités T , K et ϱ' sont fonction de ε_i

$$\varrho(\varepsilon) = \frac{k\varepsilon}{(2\pi)^3}, \quad \varrho = \varrho(\varepsilon_i)$$

Les notations abrégées que nous utilisons demandent un mot d'explication. Les $K^{II'\frac{3}{2}}(\varepsilon_1)$ et $K^{II'\frac{3}{2}}(\varepsilon_2)$ que nous introduisons doivent s'écrire $K^{II'\frac{3}{2}}(\varepsilon_1, \varepsilon_2; \varepsilon_1, \varepsilon_2)$ et $K^{II'\frac{3}{2}}(\varepsilon_2, \varepsilon_1; \varepsilon_2, \varepsilon_1)$ respectivement. Par rapport aux permutations dans les états initial et final ils sont de parités $(-)^I$ et $(-)^{I'}$ respectivement. Tenant compte de cette propriété et des relations (10) on obtient (13), car

$$K^{II'\frac{3}{2}}(\varepsilon_1, \varepsilon_2; \varepsilon_1, \varepsilon_2) \varrho(\varepsilon_1) T^{I'\frac{3}{2}}(\varepsilon_1, \varepsilon_2) + K^{II'\frac{3}{2}}(\varepsilon_1, \varepsilon_2; \varepsilon_2, \varepsilon_1) \varrho(\varepsilon_2) T^{I'\frac{3}{2}}(\varepsilon_2, \varepsilon_1) = \\ = K^{II'\frac{3}{2}}(\varepsilon_1) \varrho(\varepsilon_1) T^{I'\frac{3}{2}}(\varepsilon_1) + (-)^I (-)^{I'} K^{II'\frac{3}{2}}(\varepsilon_2, \varepsilon_1; \varepsilon_2, \varepsilon_1) \varrho(\varepsilon_2) T^{I'\frac{3}{2}}(\varepsilon_1, \varepsilon_2) = \\ = \{ K^{II'\frac{3}{2}}(\varepsilon_1) \varrho(\varepsilon_1) + (-)^{I+I'} K^{II'\frac{3}{2}}(\varepsilon_2) \varrho(\varepsilon_2) \} T^{(I+I')\frac{3}{2}}(\varepsilon_1)$$

Les fonctions K_{++} et K_{+0} sont, d'après l'hypothèse de la section 2, données par les deux contributions des graphes de la fig 3a et les deux contributions de la fig 3b respectivement

Fig 3a

Fig 3b

On obtient ainsi, Δ étant l'énergie d'excitation:

$$(14) \quad \begin{cases} K_{++}(\varepsilon_1) = -\sqrt{\frac{2}{5}} \sqrt{\frac{1}{3}} \left[A(\varepsilon_1) \frac{g_r}{\varepsilon_2 - \Delta} + A(\varepsilon_2) \frac{g_r}{\varepsilon_1 - \Delta} \right] \\ K_{+0}(\varepsilon_1) = -\sqrt{\frac{2}{5}} \sqrt{\frac{2}{3}} A(\varepsilon_1) \frac{g_r}{\varepsilon_2 - \Delta} + \sqrt{\frac{3}{5}} A(\varepsilon_2) \frac{g_r}{\varepsilon_1 - \Delta} \end{cases}$$

où $A(\varepsilon_2)$ est une fonction qui n'a pas à être précisée et g , est la constante de couplage $X\pi\pi$ convenablement renormalisée

Si l'on pose

$$(14a) \quad Z_{12} = \sqrt{\frac{2}{5}} \sqrt{\frac{1}{3}} A(\varepsilon_1) \underset{\varepsilon_2}{g_r} \Delta = Z_{12}^s + Z_{12}^A$$

où Z_{12}^s et Z_{12}^A sont les parties symétrique et antisymétrique de Z_{12} on a à l'aide de (14) et (14a)

$$(15) \quad \begin{cases} K_{++}(\varepsilon_1) = -2Z_{12}^s \\ K_{+-}(\varepsilon_1) = \frac{1}{\sqrt{2}} Z_{12}^s - \frac{5}{\sqrt{2}} Z_{12}^A \end{cases}$$

Les relations (9) écrites pour les T sont valables pour les K et avec (15) fournissent:

$$(16) \quad \begin{cases} K^{2\frac{1}{2}}(\varepsilon_1) = -\sqrt{5} Z_{12}^s, \\ K^{1\frac{1}{2}}(\varepsilon_1) = -5 Z_{12}^A \end{cases}$$

Appliquant aux graphes de la fig. 2 une méthode entièrement similaire on obtient:

$$(17) \quad K^{2\frac{1}{2}}(\varepsilon) = -\frac{1}{\sqrt{5}} K^{1\frac{1}{2}}(\varepsilon) = -\frac{1}{\sqrt{5}} K^{21\frac{1}{2}}(\varepsilon) = \frac{1}{5} K^{11\frac{1}{2}}(\varepsilon) = W(\varepsilon)$$

On posera

$$(17a) \quad \varrho(\varepsilon_j) W(\varepsilon_j) = W_j \quad (j = 1, 2),$$

substituant (17a), (17) et (16) dans (12) et (13) on résout les équations de Heitler et on est conduit à:

$$(18a) \quad T^{1\frac{1}{2}}(\varepsilon_1) = -\frac{5}{2} \frac{Z_{12}(1 + i\lambda W_1) - Z_{21}(1 + i\lambda W_2)}{D} \alpha(\varepsilon_i)$$

$$(18b) \quad T^{2\frac{1}{2}}(\varepsilon_1) = -\frac{\sqrt{5}}{2} \frac{Z_{12}(1 + 5i\lambda W_1) + Z_{21}(1 + 5i\lambda W_2)}{D} \alpha(\varepsilon_i)$$

avec

$$(19) \quad \lambda = 8\pi^2; \quad D = 1 + 3i\lambda(W_1 + W_2) - 5\lambda^2 W_1 W_2$$

et où

$$\alpha(\varepsilon_i) = 1 - i \frac{\lambda}{2} \varrho(\varepsilon_i) T^{1\frac{1}{2}}$$

est une grandeur qui ne dépend que de ε_i et ne joue aucun rôle dans nos considérations

Définissons les grandeurs :

$$(20) \quad Y_{12} = Z_{12}(1 + 3i\lambda W_1) + 2i\lambda Z_{21} W_2$$

Tenant compte de (18a), (18b), (19) (9abc) et (20) on obtient :

$$(21) \quad \begin{cases} T_{++}(\varepsilon_1) = -\frac{Y_{12} + Y_{21}}{D} \alpha(\varepsilon_i) \\ T_{+0}(\varepsilon_1) = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{3Y_{12} - 2Y_{21}}{D} \alpha(\varepsilon_i) \end{cases}$$

d'où facilement à l'aide de (5), (5a), (7), et (8)

$$(22) \quad \frac{\sigma_{+0}}{\sigma_{++}} = \frac{\int |T_{+0}(\varepsilon_1)|^2 \varrho'(\varepsilon_1) d\varepsilon_1}{\frac{1}{2} \int |T_{++}(\varepsilon_1)|^2 \varrho'(\varepsilon_1) d\varepsilon_1} = \frac{(13/2) - 6y}{1 + y}$$

avec

$$(23) \quad y = \frac{\int a(\varepsilon_1) \varrho'(\varepsilon_1) d\varepsilon_1}{\int b(\varepsilon_1) \varrho'(\varepsilon_1) d\varepsilon_1}$$

où

$$(23a) \quad a = \operatorname{Re} \frac{Y_{12}^* Y_{21}}{|D|^2};$$

$$(23b) \quad b = \frac{|Y_{12}|^2}{|D|^2}$$

Il reste à discuter les valeurs de y données par (23) et (23ab) qui portées dans (22) donnent le rapport que nous étudions. Il est clair que $y = 0$ correspond au résultat donné par la méthode élémentaire dont nous discutons la validité.

4 - Discussion

D'après les figs 3 et 2 les formes générales de Z_{12} et W_1 doivent être

$$(24) \quad Z_{12} = \frac{f(\varepsilon_1)}{\varepsilon_2 - \Delta}$$

$$(25) \quad W_1 = \frac{Q}{\lambda} \frac{\varphi(\varepsilon_1)}{\varepsilon_1 - \Delta}$$

où les fonctions $f(\varepsilon_1)$ et $\varphi(\varepsilon_1)$ sont des fonctions régulières de la variable ε_1 , avec

$$Q = \frac{\Gamma}{\sqrt{\Delta^2 - \mu^2}},$$

$\Gamma = 1/\tau$ étant la largeur de raie de l'état excité (dans le cas du couplage faible $\varphi(\varepsilon_1)$ se réduit à k_1)

Substituant (24) et (25) dans (20), (23a) et (23b) on obtient

$$(26a) \quad a = \frac{1}{\mathcal{D}} \{f(\varepsilon_1)f(\varepsilon_2)(\varepsilon_1 - \Delta)(\varepsilon_2 - \Delta) + Q^2 G_{12} G_{21}\}$$

$$(26b) \quad b = \frac{1}{\mathcal{D}} \{f^2(\varepsilon_1)(\varepsilon_1 - \Delta)^2 + Q^2 G_{12}^2\}$$

avec

$$(27) \quad \mathcal{D} = |D|^2 (\varepsilon_1 - \Delta)^2 (\varepsilon_2 - \Delta)^2 = \\ = [(\varepsilon_1 - \Delta)(\varepsilon_2 - \Delta) - 5Q^2 \varphi(\varepsilon_1)\varphi(\varepsilon_2)]^2 + 9Q^2 [\varphi(\varepsilon_1)(\varepsilon_2 - \Delta) + \varphi(\varepsilon_2)(\varepsilon_1 - \Delta)]^2$$

et

$$(28) \quad G_{12} = 3f(\varepsilon_1)\varphi(\varepsilon_1) + 2f(\varepsilon_2)\varphi(\varepsilon_2)$$

Lorsque Q est petit, ce qui correspond à des vies moyennes longues, le dénominateur donne lieu à des résonances très prononcées pour $\varepsilon_1 = \Delta$ et $\varepsilon_2 \equiv \varepsilon_i - \varepsilon_1 = \Delta$. Les deux maxima correspondants dans la courbe représentant $1/\mathcal{D}$ sont nettement séparés quand $5Q^2 \varphi^2 \ll ((\varepsilon_i/2) - \Delta)^2$. L'expression (26a) montre que a ne devient très grand ni pour $\varepsilon_1 = \Delta$ ni pour $\varepsilon_2 = \Delta$. Au contraire, sauf pour $\varepsilon_i = 2\Delta$, (26b) indique l'existence d'un maximum important (proportionnel à $1/Q^2$) aux environs de $\varepsilon_2 = \Delta$; pour cette valeur donc a/b est très petit. On voit alors aisément que le rapport $[\sigma_{+0}(\varepsilon_1) + \sigma_{0+}(\varepsilon_1)]/[\sigma'_{++}(\varepsilon_1)]$ des sections efficaces différentielles est voisin de 13/2 aussi bien pour $\varepsilon_1 = \Delta$ que pour $\varepsilon_i - \varepsilon_1 = \Delta$ (*). Pour des vies moyennes très longues les contributions principales aux intégrales intervenant dans y donné par (23) proviennent essentiellement des maxima de la courbe de résonance et d'après le résultat

(*) On vérifie d'ailleurs facilement à partir de (21) que pour $\varepsilon_1 = \Delta$ par exemple

$$\frac{\sigma_{+0}(\Delta)}{\sigma_{++}(\Delta)} = \frac{4}{2}; \quad \frac{\sigma_{0+}(\Delta)}{\sigma_{++}(\Delta)} = \frac{9}{2}$$

précédent $y \rightarrow 0$. Dans ce cas on retrouve le rapport 13/2 pour les sections efficaces totales

Dès que les largeurs de raie deviennent appréciables:

- 1) les contributions aux intégrales provenant des autres valeurs de ε_1 ne peuvent plus être négligées, et
- 2) les valeurs de b/a peuvent être notablement différentes de zéro, même pour $\varepsilon_1 = \Delta$, $\varepsilon_1 = \varepsilon_i - \Delta$

Il est donc évident que la théorie élémentaire de la section 2 ne peut plus être appliquée

Afin d'illustrer ceci nous avons effectué le calcul de y en remplaçant par des constantes les fonctions régulières $f(\varepsilon_1)$, $\varphi(\varepsilon_1)$ et ϱ' . Ceci permet d'estimer à partir de quelles valeurs de Q la méthode élémentaire peut être appliquée (pour des énergies incidentes $\varepsilon_1 < 3\mu$). On obtient que $Q \leq 1/10$ est une condition nécessaire pour que $y \ll 1$. Cette condition peut être considérée comme suffisante, sauf pour des valeurs exceptionnelles de Δ ($\Delta \cong \mu$, $\Delta \cong \varepsilon_i - \mu$, $\Delta \cong \varepsilon_i/2$)

Le cas où Δ est de l'ordre de $\varepsilon_i/2$ présente un intérêt particulier. Le calcul précédent, appliqué à $\Delta = \varepsilon_i/2$, montre que

$$(29) \quad \frac{2}{3} \leq y \leq 1 \quad \left(\Delta = \frac{\varepsilon_i}{2}, \Gamma \text{ quelconque} \right)$$

La limite $y = 2/3$ correspond à $Q \rightarrow 0$. Ainsi, même si la vie moyenne est longue, le rapport σ_{+0}/σ_{++} est très différent de 13/2. Il est en fait voisin de 3/2. Nous reviendrons sur ce point dans la section finale.

Pour nous rapprocher plus sensiblement des conditions expérimentales^(3,4) nous avons appliqué nos résultats à des énergies incidentes plus grandes. Évidemment le fait de ne conserver dans (11) que des états c à deux mésons devient maintenant une approximation.

D'autre part on ne peut plus considérer les fonctions $f(\varepsilon)$, $\varphi(\varepsilon)$, etc., comme des constantes et, pour les évaluer, nous avons pris les graphes de l'ordre le plus bas. Le calcul numérique montre que pour $\varepsilon_i = 1,8 \text{ GeV}$, $\Delta - \mu = 150 \text{ MeV}$, $Q = 1/3$ qui correspondent en gros aux données expérimentales, on a $y = 0,5$ et $\sigma_{+0}/\sigma_{++} \cong 2,3$. Ce rapport est sensiblement différent de la valeur 13/2.

D'autre part, comme pour le cas des énergies faibles nous avons étudié certains cas limites. En particulier lorsque $Q \rightarrow 0$, en général $y \rightarrow 0$, donc $\sigma_{+0}/\sigma_{++} \rightarrow 13/2$. Ceci reste vrai même pour des énergies incidentes très grandes ($\varepsilon_i/\Delta \rightarrow \infty$). Cependant le cas $\varepsilon_i = 2\Delta$ reste exceptionnel: lorsque $Q \rightarrow 0$, $y \rightarrow 3/2$ et non vers zéro, tout comme dans le cas des faibles énergies.

5 — Conclusions.

Dans ce qui précède nous avons étudié le rapport σ_{+0}/σ_{+1} dans le cas d'un méson scalaire, le recul du nucléon étant négligé. Il est bien clair que les valeurs numériques des résultats obtenus dépendent de la théorie choisie; mais il est non moins évident que les propriétés qualitatives que nous avons déduites sont d'une généralité beaucoup plus grande, et appartiennent aussi au méson pseudoscalaire. Il nous semble donc que lorsque l'on applique des raisonnements du genre de ceux utilisés dans la méthode élémentaire de la section 2 aux cas où le niveau excité est de vie moyenne extrêmement brève, la plus grande prudence, quant aux conclusions que l'on en tire, doit être observée. D'autre part nous avons effectué un choix parmi les graphes (mais ceci pour nous rapprocher le plus possible de l'hypothèse physique du passage par un niveau excité), nous avons négligé certaines contributions des graphes (de damping) qui rendaient la solution des équations de Heitler extrêmement difficile et qui nous faisaient dépasser largement le problème que nous nous étions proposé. Les résultats déduits sont valables dans cette approximation. Il est cependant extrêmement peu probable que dans la solution exacte du problème se produisent des compensations qui redonneraient les résultats de la méthode élémentaire. Pour cette raison nous pensons que les considérations de cet article sont d'une portée générale.

D'autre part nous avons remarqué que pour certaines valeurs de l'énergie incidente, à savoir, $\varepsilon_i \approx 2\Delta$ même pour des Q très faibles, donc pour des vies moyennes longues, on ne retrouve pas les résultats de la méthode élémentaire: nous avons constaté que dans le cas $\varepsilon_i/2 = \Delta$ et $Q \rightarrow 0$, $y = 2/3$ aussi bien pour des énergies incidentes ε_i faibles que pour de grands ε_i , ceci avec des approximations dans le calcul des intégrales très différentes dans les deux cas.

Le fait que l'énergie $\varepsilon_i = 2\Delta$ soit exceptionnelle n'est pas très surprenant, si l'on se reporte à la discussion de la section 4, étant donné que les deux pôles, $\varepsilon_1 = \Delta$ et $\varepsilon_2 = \Delta$ viennent se confondre. Comme le montrerait un examen plus détaillé des formules approximatives que nous n'avons pas explicitées (leur écriture étant très lourde) les termes décrivant le damping jouent ici un rôle plus important qu'ailleurs. Il n'est donc pas dit que le choix que nous avons effectué pour les graphes décrivant le damping (cf fig. 2) n'ait pas eu une influence sur la valeur particulière trouvée pour y . Il n'y a pas de raison cependant pour qu'un traitement plus exact de ces termes puisse redonner le $y = 0$ de la méthode élémentaire.

En fait toute la théorie de ce cas exceptionnel doit être profondément modifiée lorsque l'on tient compte du recul du nucléon qui, pour les énergies mises en jeu, n'est jamais négligeable. A l'énergie particulière $\varepsilon_i = 2\Delta$ du cas précédent correspond maintenant un intervalle d'énergies incidentes pour

lesquelles la « double résonance » est possible mais non nécessaire. Pour un tel intervalle — qui s'étend à peu près sur 150 MeV dans le cas de la production des mésons π dans les chocs mésons π -nucléon — une théorie plus développée serait indiquée.

Dans le cas général, par contre, y tend vers zéro lorsque la vie moyenne de l'état excité augmente. (22) montre que dans ces conditions le rapport σ_{+0}/σ_{++} tend vers 13/2, valeur donnée par la méthode élémentaire. Le tableau suivant ($\varepsilon_i = 3\mu$, $\Delta - \mu = 1/9\mu$) pourra donner une idée très grossière des conditions d'applicabilité de la dite méthode aux énergies faibles.

$Q = F/k_A$	y	$\frac{\sigma_{+0}}{\sigma_{++}}$	$\frac{\sigma_{+0}}{\sigma_{++}} \left/ \left(\frac{\sigma_{+0}}{\sigma_{++}} \right)_{F=0} \right.$
1/12	0,85	0,75	0,115
1/36	0,3	3,7	0,57
0	0	13/2	1

On voit qu'il est nécessaire que Q soit très petit. Aux énergies plus grandes la situation semble plus favorable. Même à ces énergies cependant la valeur $Q = 1/3$ (qui correspond sensiblement à l'état excité $I=J=3/2$ de la diffusion méson π -nucléon) est, d'après nous, trop élevée pour que les résultats de la méthode élémentaire soient satisfaisants: ainsi pour $\varepsilon_1 = 1,8$ GeV, $\Delta - \mu = 150$ MeV, $Q = 1/3$ ⁽³⁾ on a trouvé un rapport σ_{+0}/σ_{++} deux fois plus faible que la valeur limite pour $Q = 0$ (voir section 4).

En définitive nous pensons, qu'en tout état de cause, la méthode élémentaire ne peut guère s'appliquer à des états excités dont la largeur de raie dépasse le dixième, environ, de l'énergie d'excitation.

Nous tenons à remercier le Professeur F. BLOCH pour de récentes et instructives discussions ainsi que pour son accueil au CERN à Genève. En outre nous désirons exprimer notre reconnaissance aux Professeurs L. DE BROGLIE, L. LEPRINCE-RINGUET, C. MØLLER et A. PROCA pour leurs précieux encouragements dans nos recherches. Le présent travail a été effectué au cours de notre détachement du CNRS (Paris) au CERN.

RIASSUNTO (*)

Il lavoro si occupa dei modelli per la produzione di mesoni che fanno ricorso all'ipotesi di un nucleone intermedio eccitato X di vita breve, $E\pi + \mathcal{N} \rightarrow \pi + X \rightarrow \pi + \pi + \mathcal{N}$. Si discute la legittimità di trarre da tale ipotesi in unione all'indipendenza della carica conclusioni semplici e ben definite riguardanti i numeri dei mesoni creati rispettiva-

(*) Traduzione a cura della Redazione.

mente con varie cariche. Si dimostra che, contrariamente a quanto si potrebbe ritenere a prima vista, questi rapporti dipendono, in modo complesso, dall'ampiezza della riga (vita media) dello stato eccitato. Solo nel caso di un'ampiezza di riga piccola in confronto dell'energia di eccitazione detti rapporti raggiungono i valori dati dai metodi più usuali ed elementari. Si ammette la conservazione dello spin isotopico. Per semplicità i calcoli sono stati eseguiti servendosi della teoria mesonica scalare senza rinculo; le reazioni (1) e (2) si trattano a titolo di esempio. Il metodo consiste nel calcolare gli elementi della matrice T per l'intero processo, cioè senza supporre implicitamente che X sia reale. L'ipotesi di uno stato intermedio si introduce conservando solo i grafici di fig. 3. Nella soluzione delle opportune equazioni di Heitler si tiene conto degli importanti contributi di smorzamento dati dai grafici di fig. 2. Il risultato generale è dato per il nostro esempio dalla (22). La discussione di questa formula mostra che il valore limite di σ_{0+}/σ_{++} può difficilmente essere una buona approssimazione a meno che la larghezza di riga Γ dello stato eccitato sia inferiore a circa 1/10 della sua energia di eccitazione Δ . Si conclude che, se X si identifica con lo stato eccitato del nucleone $I=U=3/2$, $\Delta=150$ MeV, $\Gamma=80$ MeV, il metodo elementare per il calcolo di tali rapporti non si può considerare attendibile.