Scanned with permission from the publisher:

Les couplages de Fermi et la théorie des bosons / Jouvét, B

CERN-57-15

Published in Nuovo Cimento 4 (1956) pp 738-742

From Carmen Vasini <vasini@sif.it>

To Jens Vigen <Jens.Vigen@cern.ch>

Subject Re Request for permission to reproduce published material

Dear Jens Vigen,

we are glad to grant you permission to reproduce the material requested provided full credit is given to the source

Kindest regards

Carmen Vasini

B JOUVET

1956

N 2 del *Supplemento* al Vol 4, Serie X,
del *Nuovo Cimento* pag 738 742

Les couplages de Fermi et la théorie des bosons

B JOUVET (*)

Institut H Poincaré Paris

Des raisons physiques ont amené à penser que les bosons sont formés d'un nombre pair de fermions, et on devrait donc pouvoir calculer les propriétés fondamentales des bosons (masse, spin et constantes de couplages) à partir des propriétés des fermions qui les constituent. Une façon de poser ce problème en théorie quantique des champs est de postuler entre les fermions, supposés « élémentaires » et de spin $\frac{1}{2}$, des couplages du type de Fermi.

Nous voulons montrer ici, sur l'exemple simple d'un couplage scalaire de Fermi entre les deux paires ($u = 1, 2$) de nucléons et de leptons, comment le traitement complet de ce couplage introduit dans la théorie des nouvelles particules de caractère boson; nous évoquerons ensuite des applications de cette théorie.

1 - La méthode

Soit S_F la matrice S déduite du Lagrangien de Fermi, et qu'on peut écrire

$$S_F = \sum_{n=0}^{\infty} g^n \sum_{\alpha=1}^{A(n)} \mathcal{F}_n^{\alpha},$$

les matrices $\mathcal{F}_n^{\alpha}$ étant représentables par des graphiques de Feynman contenant n nœuds; l'indice α repère les configurations topologiques.

Soit d'autre part un Lagrangien de Yukawa dans lequel m mésons bosons ($l = 1, 2, \dots, m$), de masses M_l , couplés aux deux paires u de fermions par les constantes de couplage G_u^l satisfont à certaines équations du mouvement

(*) Actuellement à la Division d'Études Théoriques du CERN, Institut de Physique Théorique de l'Université de Copenhague

La matrice S_Y déduite de ce Lagrangien peut s'écrire :

$$S_Y = \sum_{n_1^1, n_1^l, n_2^m=0}^{\infty} (G_1^1)^{n_1^1} (G_2^1)^{n_2^1} (G_u^l)^{n_u^l} (G_2^m)^{n_2^m} \sum_{\lambda=1}^{B(n_u^l)} Y_{n_1^1 n_u^l n_2^m}^{\lambda};$$

les graphiques associés aux matrices $Y_{n_1^1 n_u^l n_2^m}^{\lambda}$ contiennent n_u^l nœuds où s'appliquent la constante G_u^l ; l'indice λ repère les configurations topologiques

La méthode consiste à montrer que l'on peut choisir les mésons par la donnée de leur nombre, des équations qu'ils satisfont, de leur masse et de leurs constantes de couplage, de telle sorte que l'on ait

$$S_F = \langle S_Y \rangle_{0 \text{ méson}}$$

($\langle \rangle_{0 \text{ méson}}$, signifie « valeur moyenne sur le vide de méson »)

Cette égalité exprime que les interactions entre fermions résultant de l'existence d'un couplage de Fermi, sont aussi des interactions mésoniques, résultant de l'existence de couplages de Yukawa

Pour cela on peut procéder de la façon suivante

a) On extrait de S_F une série

$$F_I = \sum_{n=0}^{\infty} g^n \sum_{\alpha \in \alpha^1(n)} \mathcal{F}_n^{\alpha}$$

définie par la donnée de l'ensemble $\alpha^1(n)$ qui est choisi tel que les graphiques associés à F_I ne contiennent aucune boucle portant plus de deux nœuds. Le calcul de ces graphiques fait intervenir, en plus des spineurs et des propagateurs des fermions diffusés, des « Nouveaux Primitifs d'Interaction » ($UV_F(p)$), représentés par la somme de toutes les « chaînes » constituées d'un nombre quelconque de boucles portant deux nœuds (B_u^2), et reliant une ligne de fermion en un nœud où la paire est u , à une ligne de fermion (différente ou non) en un nœud où la paire est v . Le quadrivecteur p est l'impulsion-énergie totale échangée entre les paires u et v .

L'étude des ($UV_F(p)$) montre qu'ils présentent deux pôles pour des valeurs M_l^2 ($l = 1, 2$) de p^2 . Ces pôles et les résidus correspondants A_{uv}^l , sont des fonctions des constantes des fermions (constante de Fermi, masses des fermions et 2 constantes de régularisation pour chacune des boucles B_u^2 ($u = 1, 2$)). L'existence de relations entre les A_{uv}^l rend possible la détermination des constantes G_u^l telles que $G_u^l G_v^l = A_{uv}^l$ et on peut alors interpréter les ($UV_F(p^2)$) comme étant dus à l'échange de mésons virtuels dont les masses et les constantes de couplage avec les fermions sont M_l et G_u^l :

b) Par une sommation des boucles B^2 , la matrice S_F est de la forme

$$S_F = \sum_i F_i, \quad ,$$

chaque matrice F_i étant représentable par des lignes ouvertes de fermions et de boucles $B^{n>2}$ reliées par les noyaux $(UV_F(p^2))$

c) Soit $i/H^l(p^2)$ le propagateur du méson libre l de la théorie de Yukawa, et soit

$$(UV_Y^0(p^2)) = \sum_l G_u^l(i/H^l(p^2))G_v^l$$

le noyau d'interaction mésonique. Définissons le noyau d'interaction mésonique renormalisé au premier ordre par

$$(UV_Y^1) = (UV_Y^0) + \sum_W (UW_Y^0)K_W^R(WV_Y^1),$$

où K_W^R est l'expression renormalisée de la boucle B_W^2

Sommant ensemble tous les graphiques qui ne diffèrent entre eux que par le nombre de boucles B^2 portées par les lignes de mésons, la matrice $\langle S_Y \rangle_{0 \text{ méson}}$ peut se mettre sous la forme:

$$\langle S_Y \rangle_{0 \text{ méson}} = \sum_i \langle Y_i \rangle_{0 \text{ méson}}$$

chaque matrice $\langle Y_i \rangle_{0 \text{ méson}}$ étant représentable par des lignes ouvertes de fermions et des boucles $B^{n>2}$ reliées par les noyaux $(UV_Y^1(p^2))$

Si la théorie de Yukawa ne postule que deux mésons dont les masses et les couplages sont les constantes M_l et G_u^l calculées dans la théorie de Fermi, il existe alors une correspondance biunivoque entre les matrices F_i et les matrices $\langle Y_i \rangle_{0 \text{ méson}}$, chaque matrice ayant les mêmes lignes ouvertes de fermion et les mêmes boucles B^n (avec $n > 2$) mais faisant intervenir respectivement les noyaux (UV_F) et (UV_Y^1) . Ces deux noyaux ont les mêmes pôles et résidus. En imposant les conditions

$$(UV_F) = (UV_Y^1)$$

on détermine les propagateurs des mésons de la théorie de Yukawa pour laquelle on a $S_F = \langle S_Y \rangle_{0 \text{ méson}}$

La renormalisation complète de la théorie de Fermi résulte alors des méthodes que l'on connaît pour la théorie de Yukawa.

Le calcul montre que (UV_Y^0) n'est fonction que des différences entre les

expressions régularisées et renormalisées des boucles B^2 ; ces différences étant des binômes en p^2 , il en résulte que les équations des mésons libres de la théorie de Yukawa sont des fonctions linéaires du Dalemberien (*)

2 – Conséquences

Le fait que les bosons apparaissent toujours comme des états intermédiaires et que d'après le formalisme ils ne doivent pas être présents aux infinis temporels, implique que la quantité M_l^2 ait une partie imaginaire finie; c'est le cas si la masse du boson est supérieure à la masse de la plus légère des paires de fermions qui le constituent, car la boucle B^2 formée avec cette paire a une valeur complexe $p^2 = M_l^2$

Les calculs précédents se généralisent, et lorsque p paires de fermions sont couplées par des couplages de Yang Tiomno, il y a p types de mésons par l'intermédiaire desquels ont nécessairement lieu les interactions β

Les mésons intermédiaires doivent donc apporter des corrections dans les effets de désintégrations β (bremsstrahlung interne, par exemple)

La structure complexe des mésons implique que les interactions photon-méson n'aient lieu que par l'intermédiaire des paires de fermions

3 – Exemples

Nous renvoyons pour les exemples à d'autres publications:

- Théorie des mésons PS chargés [3]
- Indépendance de charge des forces nucléaires [2, 4]
- Théorie du photon [1]
- Généralisations aux théories de paires et à la théorie des fermions [3]

(*) Le fait que seule la différence entre les expressions des boucles B^2 régularisées et renormalisées interviennent dans les noyaux (UV_X^0), et non ces expressions elles mêmes, invalide la conclusion de non linéarité des équations des mésons publiée précédemment

RÉFÉRENCES

- [1] B JOUVET: *Thèse Sciences* (Paris, 1954); *Journ de Math*, **33**, 201 (1954)
 - [2] B JOUVET: *Compt Rend*, **239**, 1267 (1954)
 - [3] B JOUVET: *Supplemento al Nuovo Cimento*, **2**, 491 (1955)
 - [4] B JOUVET: *Séminaire L de Broglie* (1955), ronéotype
-

INFINITUM DISCUSSIONI

— H. J. GROENEWOLD:

Can the equivalence of $\langle \rangle \langle \rangle + \text{etc}$ and $\langle \rangle \langle \rangle + \text{etc}$ also be extended to processes with more complicated lowest order graphs, e.g. $\langle \rangle \langle \rangle + \text{etc} ?$ and

$$\langle \rangle \langle \rangle \langle \rangle + \langle \rangle \langle \rangle \langle \rangle + \text{etc} ?$$

— B. JOUVEI:

Oui, la sommation des boucles B^2 , faite dans les deux théories, conduit à deux expressions identiques. Une étude des graphiques analogues à ceux que vous avez tracés a été faite pour la théorie du photon qui est un cas particulier de l'exemple donné ici. Les deux paires de fermions sont alors d'électrons et de neutrinos, et le couplage de Fermi est vectoriel; les deux bosons de la théorie équivalente de Yukawa sont alors identiques; ils ont une masse nulle et sont couplés aux électrons et aux neutrinos par des constantes $\varepsilon/\sqrt{2}$ et zéro, « ε » désignant la charge électrique.

[*Note ajoutée aux épreuves* D'une discussion privée, il ressort que la question posée par M. GROENEWOLD se rapportait implicitement à une difficulté fondamentale des anciennes théories neutriniennes de la lumière; à savoir: dans le cas où deux photons se propagent dans la même direction (1^{er} terme du dernier graphique), ces théories n'empêchent pas les quatre neutrinos correspondant qui se propagent dans la même direction de se combiner en une autre paire de photons avec une probabilité appréciable (2^{ème} terme du dernier graphique). Dans la présente théorie, le deuxième terme du rapport de la masse de cut off du champ de neutrino à la masse du neutrino; cette quantité n'a pas encore été déterminée.]