CM-P00057451

Incompatibilité entre l'hypothèse de la symétrie restreinte
et certains résultats expérimentaux

B. d'Espagnat et J. Prentki

CERN - Genève

A B S T R A C T

Methods for testing global symmetry ($g_{NN\pi} = g_{\Lambda\Sigma\pi} = g_{\Sigma\Sigma\pi} = g_{\Xi\Xi\pi}$) and restricted symmetry ($g_{\Lambda\Sigma\pi} = g_{\Sigma\Sigma\pi}$) with the help of K^-p scattering and absorption data are discussed and an application to restricted symmetry is made.

The principle of all the approximation methods that have been used for that purpose is to infer some knowledge about the matrix elements pertaining to $\Sigma\pi$ scattering with K interactions present from the assumed knowledge of what these same matrix elements would be if the K interactions were switched off. It is shown in section 1 :

- a) that there are at least two such methods : either one assumes that a rough equality holds between the $T_{\Sigma\pi, \Sigma\pi}$ (or $K_{\Sigma\pi, \Sigma\pi}$) matrix elements with and without K interactions, or one assumes that a similar equality holds between the $(T^{-1})_{\Sigma\pi, \Sigma\pi}$ matrix elements under the same conditions;
- b) that when the K interactions are large enough to allow for appreciable absorption (which is experimentally the case) these two methods lead to essentially different results.

This general remark already throws serious doubts on the usefulness of the global or restricted symmetry concepts as regards K -nucleon processes. It is, however, interesting to investigate whether one of these approximations, or both, would lead to results compatible with the experimental data.

It is shown in sections III., IV., V. :

- a) that assuming the validity of the 1st method, a straightforward extension of Amati and Vitale's argument leads to incompatibility between restricted symmetry and the observed data;
- b) that, if one assumes the validity of the second method, the arguments used by Salam to reject global symmetry can be extended to restricted symmetry and that, for quite different reasons than in a), incompatibility with the experimental data also results.

It is concluded that restricted symmetry is definitely not a useful concept as far as low energy K-p phenomena are considered; either it does not hold, or it is completely veiled by the K interactions.

I. Considérations générales et présentation de la méthode.

Lorsqu'il s'agit de tests expérimentaux pour les hypothèses de la symétrie globale ou de la symétrie restreinte, il est nécessaire d'introduire dans la description des processus réels les données caractéristiques des systèmes composés de Λ , Σ et de π (comme, par exemple, les déphasages des diffusions $\Sigma\pi$, $\Lambda\pi$). Celles-ci sont supposées connues (symétrie globale) ou reliées entre elles par des relations simples (symétrie restreinte) lorsque les interactions K sont coupées et que les symétries s'appliquent pleinement. Il est donc nécessaire de faire une certaine approximation.

Lorsque les interactions peuvent être traitées comme des perturbations par rapport aux interactions π la procédure à suivre est simple et univoque. Le problème de l'absorption des K^- sur des protons par exemple a été traité en détail (interactions K faibles par rapport aux interactions π) par Amati et Vitale ¹⁾. Par contre, quand les interactions K ne sont pas beaucoup plus faibles que les interactions π (ce qui semble être le cas) le problème (pour autant qu'il ait un sens) est beaucoup plus complexe. La manière d'introduire les approximations n'est pas a priori claire. Différentes méthodes peuvent être imaginées et nous montrerons que les résultats peuvent être très différents les uns des autres en fonction de la méthode choisie.

A cet effet considérons un exemple abstrait afin de ne pas introduire dès le début les complications liées au spin isotopique, etc. qui ne peuvent qu'obscurcir le raisonnement.

Considérons donc les réactions à deux voies

avec $m_a + m_\alpha > m_b + m_\beta$, et les réactions

que l'on obtient de (1.1) en supprimant les interactions qui conduisent de $a + \alpha$ à $b + \beta$. La matrice T^{-1} pour (1.1) (l'inverse de la matrice de diffusion) peut être écrite ²⁾ (invariance par rapport au renversement du sens du temps) :

$$T^{-1} = \begin{pmatrix} a - ik_a & h \\ h & b - ik_b \end{pmatrix} \quad (1.3)$$

où a, h et b sont des nombres réels ^{*)}, k_a et k_b les moments relatifs dans le c.m.

Pour la réaction (1.2) on a

$$T'^{-1} = \begin{pmatrix} a' - ik_a & 0 \\ 0 & b' - ik_b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a' - ik_a & 0 \\ 0 & \frac{k_b}{\sin \alpha} e^{-i\alpha} \end{pmatrix} \quad (1.4)$$

où α est le déphasage de la réaction $b \rightarrow b$. De (1.3) on calcule T et l'on a facilement

$$T_{11} = \frac{1}{2 - i k_a} = \frac{A}{1 - i A k_a} = |T_{11}| e^{i\theta} \quad (1.5)$$

$$T_{12} = T_{11} \sqrt{\frac{y}{k_b}} e^{i\varphi} \quad (1.6)$$

$$T_{22} = T_{11} \sqrt{\frac{a^2 + k_a^2}{b^2 + k_b^2}} e^{i\varphi} \cdot e^{i\varphi} \quad (1.7)$$

*) T est défini ici par

$$S_{fi} = \delta_{fi} + 2i \sqrt{k_f} T_{fi} \sqrt{k_i} \quad (1.3')$$

(1.3) découle de

$$T^{-1} = K^{-1} - iC \quad (1.3'')$$

où K est la matrice de réaction hermitique et symétrique (invariance par rapport au renversement du sens du temps) et $C_{ij} = k_i \int_{ij}$. La forme T^{-1} est particulièrement simple. Le T qui s'en déduit satisfait nécessairement à la relation découlant de l'unitarité de la matrice S .

avec

$$\operatorname{tg} \psi = -\frac{k_a}{a}; \quad \operatorname{tg} \varphi = \frac{k_b}{b} \quad (1.8)$$

$$z = x + iy \quad A = \frac{1}{z} \quad (1.9)$$

$$x = a - \frac{h^2 b}{b^2 + k_b^2} \quad y = \frac{h^2 k_b}{b^2 + k_b^2} \quad (1.10)$$

De même

$$T' = \begin{pmatrix} \frac{1}{a' - i k_a} & 0 \\ 0 & \frac{1}{k_b} \sin \alpha e^{i\alpha} \end{pmatrix} \quad (1.11)$$

Supposons maintenant (et ceci correspond à la situation pour les réactions

$K^- + p \rightleftharpoons \Sigma + \pi$ que nous allons discuter en détail) que T_{11} soit connu et que T_{12} soit connu à la phase φ près. Nous voulons alors déterminer l'élément de matrice T_{22} (et par là même la phase φ) à l'aide de l'élément de matrice (supposé connu) T'_{22} . Plusieurs méthodes distinctes s'offrent alors :

Méthode I

Elle consiste à remplacer pour $k_a=0$, l'élément T_{22} par T'_{22} donc

$$T_{22} \approx T'_{22} \quad (1.12)$$

Nous appellerons cette méthode "comparaison des T".

Pour $k_a=0$ (1.5) - (1.10) donnent ($\mathcal{Q} = \theta$ ($k_a=0$))

$$T_{11} = A = |A| e^{i\mathcal{Q}} \quad (1.13)$$

$$T_{12} = |T_{12}| e^{i(\mathcal{Q} + \varphi)} \quad (1.14)$$

$$T_{22} = |T_{22}| e^{i(\mathcal{Q} + \varphi)} \quad (1.15)$$

avec

$$\operatorname{tg} \mathcal{Q} = -\frac{y}{x}, \quad \operatorname{tg} \varphi = \frac{k_b}{b}, \quad \psi = 0 \quad (1.16)$$

Il est facile alors de prouver que

$$T_{22} = \frac{1}{k_b} \sin(\vartheta + \varphi) e^{i(\vartheta + \varphi)} \quad \text{avec} \quad \operatorname{tg}(\vartheta + \varphi) = \frac{k_b}{b - \frac{h^2}{a}}.$$

Par (1.12) et (1.11)

$$\vartheta + \varphi = \alpha$$

donc

$$\frac{k_b}{b - \frac{h^2}{a}} \approx \operatorname{tg} \alpha \quad (1.17)$$

(1.14) et (1.15) montrent que la phase de T_{12} est α

$$T_{12} = |T_{12}| e^{i\alpha} \quad (1.18)$$

De la matrice T pour $k_a = 0$ on passe à la matrice T pour k_a quelconque en utilisant (1.3) ce qui, évidemment, préserve l'unitarité de la matrice S^*).

Méthode II

Elle consiste à remplacer l'élément $(T^{-1})_{22}$ par $(T'^{-1})_{22}$

$$(T^{-1})_{22} \approx (T'^{-1})_{22}$$

Nous appellerons cette méthode "comparaison des T^{-1} ".

De (1.4) et (1.3)

$$\frac{b - ik_b}{k_b} \approx \frac{1}{\sin \alpha} e^{-i\alpha}$$

d'où

$$\frac{k_b}{b} \approx \operatorname{tg} \alpha \quad (1.19)$$

*) Un autre procédé pour préserver l'unitarité de la matrice S consiste à identifier K_{22} avec $K'_{22} = k_b^{-1} \operatorname{tg} \alpha$, K étant la matrice de réaction réelle et symétrique. On vérifie aisément en faisant le calcul au seuil ($k_a = 0$) que - dans le problème ici étudié - ceci conduit en fait aux mêmes résultats.

D'après (1.8) et (1.19), $\varphi \approx \alpha$ et d'après (1.6) et (1.5), la phase de T_{12} est alors $\theta + \alpha$

$$T_{12} = |T_{12}| e^{i(\theta + \alpha)} \quad (1.20)$$

Pour $k_a = 0$ on a

$$T_{12} = T_{12} e^{i(\theta + \alpha)} \quad (1.21)$$

avec φ donné par (1.16) *).

Discussion.

La comparaison de (1.20) et (1.18) ou de (1.19) et (1.17) montre que les méthodes I et II conduisent à des résultats qui sont différents. Que ces résultats puissent différer notablement lorsque h est grand est tout à fait évident. Ceci tient au fait que pour la matrice T (qui n'est pas diagonale) l'inverse de l'élément de matrice est différent de l'élément de matrice correspondant de la matrice inverse, $T_{22}^{-1} \neq (T^{-1})_{22}$, tandis que pour la matrice T' (qui est diagonale) on a $T_{22}'^{-1} = (T'^{-1})_{22}$.

h grand correspond à y grand donc à $\mathcal{O}$ grand [(1.10), (1.16)]. Quand l'absorption $a \rightarrow b$ devient importante il devient donc impossible d'introduire d'une manière univoque dans l'ensemble des réactions (1.1) les résultats que l'on désirerait prendre des réactions (1.2). Or, dans le cas réel des réactions $K^- + p$ que nous voulons discuter, l'analyse de Dalitz et Tuan³⁾ montre que $\mathcal{O}$ est grand.

On pourrait donc dès maintenant conclure que les symétries globale ou restreinte ne sont pas des idées utiles car leur introduction dans les processus réels conduit à des résultats contradictoires en fonction de l'approximation utilisée. Ceci est un point de vue parfaitement légitime.

*) Il est évident, en vertu de (1.3''), que l'identification de $(K^{-1})_{22}$ avec $(K'^{-1})_{22}$ conduirait aux mêmes résultats.

Néanmoins on peut aussi adopter un point de vue plus prudent. Il se pourrait en effet que l'une de ces méthodes d'approximation fut plus proche de la réalité que l'autre. Nous n'avons pas été capables de trouver un argument général qui pourrait donner une préférence à la méthode I par rapport à la méthode II ou vice versa. Nous doutons même de son existence. Car si les perturbations s'appliquent au problème, c'est la méthode I qui doit être utilisée tandis que pour un couplage très fort l'approximation utilisée dans la méthode II semblerait préférable. Dans le cas d'intérêt physique où les couplages K sont du domaine intermédiaire il semble impossible de se prononcer a priori.

Pour cette raison nous allons montrer dans ce qui suit que les deux méthodes donnent des résultats en contradiction avec les résultats expérimentaux même si l'on ne considère que la symétrie restreinte. Nous montrerons donc que la symétrie restreinte n'est pas un concept utile. Ceci, bien entendu, s'applique a fortiori à la symétrie globale (cas discuté déjà par Salam ⁴⁾) qui apporte des restrictions supplémentaires.

II. Quelques remarques sur la symétrie restreinte.

Cette section est consacrée à un très bref rappel des propriétés de la symétrie restreinte. Nous suivons ici de très près la présentation due à Amati et Vitale ¹⁾.

L'hamiltonien des interactions des Σ et Λ avec les $\overline{\Pi}$ s'écrit

$$H = i g_2 (\overline{\Lambda} \gamma_5 \vec{\Sigma} \vec{\Pi} + \overline{\Sigma} \gamma_5 \Lambda \vec{\Pi}) + g_3 \overline{\Sigma} \times \gamma_5 \vec{\Sigma} \cdot \vec{\Pi} \quad (2.1)$$

L'hypothèse de la symétrie restreinte consiste à supposer que, en l'absence des interactions K , $g_2 = g_3$ et $m_\Lambda = m_\Sigma$. (2.1) peut alors s'écrire

$$H = ig(\overline{Y} \gamma_5 \vec{L} Y + \overline{Z} \gamma_5 \vec{L} Z) \vec{\Pi} \quad (2.2)$$

avec les doublets de spin isotopique définis par

$$Y = \begin{pmatrix} \Sigma^+ \\ Y_0 \end{pmatrix} ; \quad Z = \begin{pmatrix} Z^0 \\ \Sigma^- \end{pmatrix}$$

avec $Y_0 = \frac{1}{\sqrt{2}}(\Lambda - \Sigma_0)$ et $Z_0 = \frac{1}{\sqrt{2}}(\Lambda + \Sigma_0)$.

Si en plus la constante g est égale à la constante d'interaction $g_{N\pi}$ et $g_{\Xi\pi}$ et si l'on néglige les différences des masses entre tous les baryons on a affaire à la symétrie globale.

(2.1) et (2.2) montrent que, pour les systèmes $\Sigma, \Lambda, \tilde{\pi}$, deux attributions distinctes de spin isotopique existent :

- a) le spin isotopique ordinaire I avec $I = 0$ pour Λ et $I = 1$ pour Σ et $\tilde{\pi}$
- b) le spin isotopique i de la symétrie restreinte avec $i = \frac{1}{2}$ pour Y et Z .

Il en découle que (en particulier) les amplitudes de diffusion dans les états de spin isotopique 0 et 1 des systèmes $\Sigma \tilde{\pi}$ et $\Lambda \tilde{\pi}$ peuvent être exprimées à l'aide des amplitudes de diffusion $T'_{1/2}$ et $T'_{3/2}$ des systèmes $Y \tilde{\pi}$ et $Z \tilde{\pi}$ ($i = 1/2$ et $3/2$) définies par

$$\left\langle \frac{1}{2} \mid T' \mid \frac{1}{2} \right\rangle = T'_{1/2} ; \quad \left\langle \frac{3}{2} \mid T' \mid \frac{3}{2} \right\rangle = T'_{3/2} \quad (2.3)$$

avec la relation d'orthogonalité

$$\left\langle \frac{1}{2} \mid T' \mid \frac{3}{2} \right\rangle = 0 \quad (2.4)$$

On a alors $(\mid \Sigma \tilde{\pi} \rangle_1)$ signifiant état de $\Sigma \tilde{\pi}$ de spin isotopique $I=1$ etc.)

$$\langle \Sigma \tilde{\pi} \mid T' \mid \Sigma \tilde{\pi} \rangle_0 = T'_{1/2} \quad (2.5)$$

$$\langle \Sigma \tilde{\pi} \mid T' \mid \Sigma \tilde{\pi} \rangle_1 = \frac{2}{3} T'_{1/2} + \frac{1}{3} T'_{3/2} \text{ etc.} \quad (2.6)$$

Les états $|1/2\rangle$ et $|3/2\rangle$ sont reliés aux états $|\Sigma \pi\rangle_1$ et $|\Lambda \pi\rangle_1$ par

$$\begin{pmatrix} |1/2\rangle \\ |3/2\rangle \end{pmatrix} = U \begin{pmatrix} |\Sigma \pi\rangle_1 \\ |\Lambda \pi\rangle_1 \end{pmatrix} \quad \text{avec} \quad U = \begin{pmatrix} \sqrt{\frac{2}{3}}, \sqrt{\frac{1}{3}} \\ \sqrt{\frac{1}{3}}, -\sqrt{\frac{2}{3}} \end{pmatrix} \quad (2.7)$$

Il est très important de réaliser que la diffusion $\Sigma \pi$ dans l'état $I = 0$ est complètement déterminée par l'amplitude $T'_{1/2}$ correspondant aux états $|1/2\rangle$ de la description à l'aide de $i^{(*)}_{1/2}$.

Les considérations ci-dessus concernant les éléments de matrice de la matrice T' sont évidemment valables pour les éléments de matrice des matrices K' , K'^{-1} et T'^{-1} , la matrice U possédant une inverse.

III. Diffusion et absorption des K^- sur les protons.

Considérons l'ensemble des réactions

Deux états de spin isotopique I sont possibles : l'état $I = 0$ et l'état $I = 1$. La réaction totale est décrite par la matrice ($I = 0$)

$$T_0^{-1} = \begin{pmatrix} a_0 - iK_k, h_0 \\ h_0, b_0 - iK_{\Sigma} \end{pmatrix} \quad (3.2)$$

*) En fait l'état $|1/2\rangle$ qui apparaît dans $|\Sigma \pi\rangle_1$ et $|\Lambda \pi\rangle_1$ est de la forme $\psi_{1/2}^Y - \psi_{1/2}^Z$ tandis que celui qui apparaît dans $|\Sigma \pi\rangle_0$ est $\psi_{1/2}^Y + \psi_{1/2}^Z$. Mais vu l'orthogonalité des états $\psi_{1/2}^Y$ et $\psi_{1/2}^Z$ c'est le même $T'_{1/2}$ qui intervient dans (2.5) et (2.6).

et par la matrice ^{*)} ($I = 1$)

$$T_1^{-1} = \begin{pmatrix} a_1 - iK_K, h_1, g_1 \\ h_1, b_1 - iK_Z, f_1 \\ g_1, f_1, c - iK_Z \end{pmatrix} \quad (3.3)$$

La matrice T_0 est une matrice 2×2 car l'état $\Lambda \tilde{\Pi}$ est un état $I = 1$ pur. Les résultats de la section précédente montrent que pour la matrice T_1 on peut utiliser directement la description en termes du spin isotopique i , ceci en vertu de (2.7) qui donne $|\Sigma \tilde{\Pi}\rangle_1$, et $|\Lambda \tilde{\Pi}\rangle_1$ en fonction de $|1/2\rangle$ et $|3/2\rangle$. T_1^{-1} , de la forme (3.3), s'écrit

$$T_1^{-1} = \begin{matrix} I=1, & i=1/2, & i=3/2 \\ I=1 \\ i=1/2 \\ i=3/2 \end{matrix} \begin{pmatrix} \\ \\ \\ \end{pmatrix} \quad (3.3')$$

c'est à dire que dans T_{ij} ($i, j = 1, 2, 3$) l'indice 1 correspond au système $\bar{K}N$ avec $I = 1$, 2 au système $Y \tilde{\Pi}$, $Z \tilde{\Pi}$ avec $i = 1/2$ et 3 au système $Y \tilde{\Pi}$, $Z \tilde{\Pi}$ avec $i = 3/2$.

La matrice T_0 et les relations entre les phases de ses éléments de matrice T_{0ij} sont données par les formules (1.5) - (1.8). Pour la matrice T_1 les formules sont plus compliquées. On a

$$T_{1,ij} = \frac{D_{ij}}{\mathcal{D}} = \frac{D_{11}}{\mathcal{D}} \cdot \frac{D_{ij}}{D_{11}} = T_{111} \frac{D_{ij}}{D_{11}} \quad (3.4)$$

où $\mathcal{D} = \text{Det } T_1^{-1}$ et $D_{ij} = (-)^{i+j} m_{ij}$ où m_{ij} est le mineur du déterminant correspondant à l'élément a_{ij} de la matrice T_1^{-1} . $T_{1,11}$ peut être écrit sous la forme

$$T_{1,11} = \frac{1}{\mathcal{D}/A_{11}} = \frac{1}{Z_1 - iK_K} = \frac{A_1}{1 - iK_K A_1} \quad (3.5)$$

*) On néglige la différence des masses entre Λ et Σ .

où

$$z_1 = x_1 - iy_1 \quad (3.6)$$

x_1 et y_1 s'expriment aisément en fonction des $a \dots f$. Nous n'expliciterons pas les D_{ij} . Nous remarquerons seulement que D_{11} , D_{12} et D_{13} ne dépendent pas de k_k .

Soit ψ_{ij} la phase de D_{ij} : $D_{ij} = |D_{ij}| e^{i\psi_{ij}}$ et θ_1 la phase de $T_{1,11}$: $T_{1,11} = |T_{1,11}| e^{i\theta_1}$.

(3.4) montre que

$$T_{1ij} = |T_{1ij}| e^{i(\theta_1 + \psi_{ij} - \psi_{11})} \quad (3.7)$$

Si l'on se place au seuil ($K_k = 0$) on trouve :

$$T_{1,11} = \frac{1}{Z_1} = A_1 ; \quad \text{tg } \theta_1 = \frac{y_1}{x_1} \quad (\theta_1 = \theta_1 \text{ seuil}) \quad (3.8)$$

et

$$\text{tg } \psi_{11} = \frac{-(b+c)K_z}{bc - f^2 - K_z^2} ; \quad \text{tg } \psi_{23} = 0$$

$$\text{tg } \psi_{12} = \frac{h K_z}{-hc + fg} , \quad \text{tg } \psi_{22} = \frac{-a K_z}{ac - g^2} \quad (3.9)$$

$$\text{tg } \psi_{13} = \frac{g K_z}{hf - bg} ; \quad \text{tg } \psi_{33} = \frac{-a K_z}{ab - h^2}$$

Noter que les expressions pour $\psi_{11}, \psi_{12}, \psi_{13}$ sont également valables pour $K_k \neq 0$ en vertu de la remarque qui suit (3.6).

IV. Introduction de la symétrie restreinte.

Les réactions (3.1) sont complètement décrites à l'aide des 9 paramètres réels $a_0 \dots h_1$ intervenant dans T_0^{-1} et T_1^{-1} . Ceci est dû au fait que l'absorption des K^- que nous étudions s'effectue à partir d'une onde S ⁵⁾. L'introduction de la symétrie restreinte réduit ce nombre à 7, celle de la symétrie globale le réduit à 5. Il y a de bonnes raisons de penser ^{3),4),6)} que, dans le domaine d'énergies actuellement exploré, ces paramètres ne varient guère. Le problème consiste à rechercher s'il est possible de déterminer ces paramètres de manière à satisfaire aux données expérimentales. Celles-ci portent sur les rapports de branchement au seuil de l'absorption K^-p :

$$\Sigma^- : \Sigma^+ : \Sigma^0 : \Lambda \approx 2 : 1 : 1 : \frac{1}{4} \quad , \quad (4.1)$$

sur la diffusion et l'absorption K^-p à 175 MeV/c (analyse de Dalitz et Tuan ³⁾) et sur la variation avec l'énergie du rapport de branchement Σ^- / Σ^+ ⁴⁾. Comme il a été largement discuté dans la section 1 la symétrie restreinte (ou globale) peut être introduite de plusieurs manières essentiellement différentes.

Méthode I. "Comparaison des T".

Cette méthode consiste à prendre pour la sous-matrice de T concernant la diffusion $\Lambda \tilde{\pi}$, $\Sigma \tilde{\pi}$ la sous-matrice correspondante de T' . Les éléments de matrice T_{022} et T_{1ij} ($i, j = 2, 3$) doivent être remplacés par T'_{022} et T'_{1ij} , ($i, j = 2, 3$).

D'après (2.5) et (2.3) on a

$$T'_{022} = T'_{1/2} = \frac{1}{K_\Sigma} \sin \alpha'_{1/2} e^{i\alpha'_{1/2}} \quad (4.2)$$

où $\alpha'_{1/2}$ ($\alpha'_{3/2}$) est le déphasage de la diffusion $\gamma \tilde{\pi}$, $Z \tilde{\pi}$ dans l'état s de spin isotopique $i = 1/2$ ($3/2$).

De même d'après (3.3'), (2.3) et (2.4)

$$T'_{122} = T'_{1/2} = \frac{1}{K_{\Sigma}} \sin \alpha'_{1/2} e^{i\alpha'_{1/2}} \quad (4.3)$$

$$T'_{133} = T'_{3/2} = \frac{1}{K_{\Sigma}} \sin \alpha'_{3/2} e^{i\alpha'_{3/2}} \quad (4.4)$$

$$T'_{123} = \langle \frac{1}{2} | T' | 3/2 \rangle = 0 \quad (4.5)$$

$T_{1,23} \approx T'_{1,23} = 0$ entraîne d'après (3.4) $D_{23} \approx 0$. Si l'on se place au seuil ($K_k = 0$) où

$$D_{23} = -af + hg$$

la condition (4.5) donne

$$af = hg \quad (4.6)$$

(4.6) et (3.9) entraînent les relations suivantes ($K_k = 0$) :

$$\operatorname{tg} \psi_{22} = \operatorname{tg} \psi_{12} = \frac{k_{\Sigma}}{-c + \frac{g^2}{a}}; \quad \psi_{22} = \psi_{12} \quad (4.7)$$

$$\operatorname{tg} \psi_{33} = \operatorname{tg} \psi_{13} = \frac{k_{\Sigma}}{-b + \frac{h^2}{a}}; \quad \psi_{33} = \psi_{13} \quad (4.8)$$

(3.7), (4.7), (4.8), (4.3), (4.4) et $T_{22} \approx T'_{22}$ et $T_{33} \approx T'_{33}$ (par hypothèse *) montrent que

$$\begin{aligned} \text{Phase}(T_{13}) &= \theta_1 + \psi_{13} - \psi_{11} = \text{phase } T_{33} \approx \alpha_{3/2} \\ \text{Phase}(T_{12}) &= \theta_1 + \psi_{12} - \psi_{11} = \text{phase } T_{22} \approx \alpha_{1/2} \end{aligned} \quad (4.9)$$

*) Pour que les relations $T_{22} \approx T'_{22}$ et $T_{33} \approx T'_{33}$ soient possibles il faut évidemment que T_{22} et T_{33} aient la forme générale $\frac{1}{K_{\Sigma}} \sin \psi e^{i\psi}$, ce qui au seuil est garanti par (1.3') et par l'unitarité de la matrice S , elle-même garantie par la forme (3.3) de T^{-1} . Le calcul donne ces phases en fonction des a, b, c, g, h :

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \psi_2 &= \frac{k_{\Sigma}}{b - \frac{h^2}{a}} \approx \operatorname{tg} \alpha_{1/2} \\ \operatorname{tg} \psi_3 &= \frac{k}{c - \frac{g^2}{a}} \approx \operatorname{tg} \alpha_{3/2} \end{aligned} \quad (4.10)$$

Noter que les identifications faites au seuil permettent de fixer certains des paramètres parmi les $a \dots f$ et que la forme (3.3) continue alors à garantir l'unitarité de la matrice S à toutes les énergies K_{ν} .

De (4.9) on déduit

$$T_{1,12} = |T_{1,12}| e^{i\alpha_{1/2}} \quad (4.11)$$

$$T_{1,13} = |T_{1,13}| e^{i\alpha_{3/2}} \quad (4.12)$$

En ce qui concerne $T_{0,2}$ il résulte des formules (1.14) - (1.18) et de (4.2) que

$$T_{0,2} = |T_{0,2}| e^{i\alpha_{1/2}} \quad (4.13)$$

avec

$$\operatorname{tg}(\theta + \varphi) = \frac{k_{\Sigma}}{b_0 - \frac{h^2}{a_0}} \approx \operatorname{tg} \alpha_{1/2} \quad (4.14)$$

Méthode II. "Comparaison des T^{-1} ".

On suppose ici $(T^{-1})_{ij} = (T_1^{-1})_{ij}$ ($i, j = 2, 3$); (3.3) donne :

$$b - iK_{\Sigma} \approx \left[\frac{1}{K_{\Sigma}} \sin \alpha_{1/2} e^{i\alpha_{1/2}} \right]^{-1} \quad \text{donc} \quad \operatorname{tg} \alpha_{1/2} = \frac{K_{\Sigma}}{b} \quad (4.15)$$

$$(c - iK_{\Sigma}) \approx \left[\frac{1}{K_{\Sigma}} \sin \alpha_{3/2} e^{i\alpha_{3/2}} \right]^{-1} \quad \text{donc} \quad \operatorname{tg} \alpha_{3/2} = \frac{K_{\Sigma}}{c} \quad (4.16)$$

$$(T^{-1})_{23} = f \approx (T_1^{-1})_{23} = 0 \quad f = 0$$

A l'aide de (3.9) avec la condition $f = 0$ on prouve $\operatorname{tg} \psi_{12} = -\frac{K_{\Sigma}}{c} = -\operatorname{tg} \alpha_{3/2}$; $\psi_{12} = -\alpha_{3/2}$ ainsi que $\psi_{13} = -\alpha_{1/2}$ et $\psi_{11} = -(\alpha_{1/2} + \alpha_{3/2})$.
(3.7) donne alors

$$T_{1,12} = |T_{1,12}| e^{i(\theta_1 + \alpha_{1/2})} = M \quad (4.17)$$

$$T_{1,13} = |T_{1,13}| e^{i(\theta_1 + \alpha_{3/2})} = N \quad (4.18)$$

Procédant de même avec T_0^{-1} on obtient [cf. (1.19), (1.21) et (4.2)]

$$T_{0,12} = |T_{0,12}| e^{i(\theta_0 + \alpha_{1/2})} = L \quad (4.19)$$

et

$$\operatorname{tg} \alpha_{1/2} = \frac{K_\Sigma}{b_0} \quad (4.20)$$

Soulignons encore une fois que les résultats fournis par les méthodes I et II sont très différents pour la situation physique discutée ici. En effet les phases α_1 et α_0 données par les solutions de Dalitz³⁾ sont grandes. Pour les solutions a_+ , par exemple, on a $\alpha_0 = 75^\circ 20'$ et $\alpha_1 = 13^\circ 20'$.

V. Comparaison avec l'expérience.

Méthode I.

Les phases obtenues par cette méthode [(4.11), (4.12), (4.13)] pour les éléments de matrice sont exactement celles données par Amati et Vitale¹⁾. Les résultats obtenus par ces auteurs par une voie essentiellement perturbative sont donc d'une validité beaucoup plus générale que celle déterminée par le cadre des perturbations, à condition cependant que l'on postule la validité des approximations de la méthode I. Par conséquent, dans le cadre de la méthode I, l'inégalité obtenue par Amati et Vitale, à savoir

$$\left(W_{\Sigma^+ \pi^-} + W_{\Sigma^- \pi^+} - 4 W_{\Sigma^0 \pi^0} \right)^2 + 4 W_{\Sigma^0 \pi^0} W_{\Lambda \pi^0} \gg 4 W_{\Sigma^+ \pi^-} W_{\Sigma^- \pi^+} \quad (5.1)$$

reste valable, car la validité de cette inégalité est liée au fait que $T_{0,12}$ et $T_{1,12}$ ont les mêmes phases. (5.1) cependant est en violent désaccord avec le résultat expérimental (4.1). Il en résulte donc que la symétrie restreinte ne peut être introduite de cette manière. Il en va a fortiori de même pour la symétrie globale qui donne simplement aux phases $\alpha_{1/2}$ et $\alpha_{3/2}$ les valeurs $\delta_{1/2}$ et $\delta_{3/2}$ respectivement des déphasages de la diffusion πN sur une onde s.

Méthode II.

Du fait que $T_{0,12}$ et $T_{1,12}$ ont maintenant des phases différentes l'inégalité (5.1) n'est plus valable. Il faut donc reprendre l'analyse. Calculons alors en fonction des M , N et L définis par (4.17) - (4.19) les éléments de matrice $T_1(\Sigma)$, $T_1(\Lambda)$ et T_0 des transitions $K^- p$ vers les systèmes $\Sigma \pi$, $\Lambda \pi$ et $\Sigma \pi$ dans les états de spin isotopique $I = 1, 1, 0$ respectivement. Tenant compte de (2.7) on a

$$\begin{aligned} T_1(\Sigma) &= \sqrt{\frac{2}{3}} M + \sqrt{\frac{1}{3}} N \\ T_1(\Lambda) &= \sqrt{\frac{1}{3}} M - \sqrt{\frac{2}{3}} N \\ T_0(\Sigma) &= L \end{aligned} \quad (5.2)$$

Les données expérimentales (4.1) au seuil conduisent essentiellement (cf. ⁶⁾) aux résultats suivants

$$\begin{aligned} \left| \frac{T_1(\Sigma)}{T_0(\Sigma)} \right|^2 &\simeq \frac{1}{3}, \quad \left| \frac{T_1(\Lambda)}{T_0(\Sigma)} \right|^2 \simeq \frac{1}{12} \\ \text{Phase } \frac{T_1(\Sigma)}{T_0(\Sigma)} &\simeq \pm 70^\circ. \end{aligned} \quad (5.3)$$

(5.2) et (5.3) donnent, compte tenu de (4.17), (4.18), (4.19)

$$e^{i\alpha} = \sqrt{2} m + n e^{i\beta} \quad (5.4)$$

$$\left| m - \sqrt{2} n e^{i\beta} \right|^2 = \frac{1}{4} \quad (5.5)$$

avec $\beta = \alpha_{3/2} - \alpha_{1/2}$, $m = \left| \frac{M}{L} \right|$, $n = \left| \frac{N}{L} \right|$ et

$$\alpha = \pm 70^\circ - \theta_1 + \theta_0 \quad (5.6)$$

pour que (5.5) soit possible il faut que $\left| \sqrt{2} n \sin \beta \right| \leq \frac{1}{2}$. (5.4) donne d'autre part $\sin \alpha = n \sin \beta$, d'où la condition de compatibilité

$$\sin^2 \alpha \leq 1/8 \quad (5.7)$$

Cas des solutions $b^\pm$ de Dalitz ³⁾.

(5.7) exclut immédiatement la validité de la méthode II lorsque l'on prend les solutions $b^\pm$ de Dalitz ³⁾ qui sont $A_0 = \pm 1.88 + 0.82i$; $A_1 = \pm 0.40 + 0.41i$ (A_0 et A_1 sont définis par (1.13) et (3.8) respectivement). Elles donnent $\theta_0 \simeq \pm 23^\circ$; $\theta_1 \simeq \pm 45^\circ$ donc $\theta_1 - \theta_0 = \pm 22^\circ$. (5.6) donne alors $\alpha \simeq \pm 92^\circ$ ou $\alpha \simeq \pm 48^\circ$ ce qui est incompatible avec (5.7).

Cas des solutions $a^\pm$ de Dalitz ³⁾.

Reste encore à prendre en considération les solutions $a^\pm$ de Dalitz ³⁾ qui sont $A_0 = \pm 0.20 + i0.76$; $A_1 = \pm 1.62 \pm i0.38$; $\theta_0 = \pm 13^\circ 20'$, $\theta_1 = \pm 75^\circ 20'$. $\theta_1 - \theta_0 = -62^\circ$. De (5.6) on a alors soit $\alpha \simeq \pm 8^\circ$ soit $\alpha \simeq \pm 130^\circ$. Les valeurs $\alpha = \pm 130^\circ$ sont incompatibles avec (5.7). $\alpha \simeq 8^\circ$ permet par contre de satisfaire (5.4) et (5.5) conduisant donc au seuil au rapport (4.1). Il n'y a donc pas incompatibilité, au seuil, entre les résultats obtenus par la méthode II à partir de la symétrie restreinte (et même globale ! car (5.4) montre que $\beta = \alpha_{3/2} - \alpha_{1/2} = \int_{3/2} - \int_{1/2}$ petit dans ce cas entraîne α petit) et les données expérimentales.

Il y a cependant un fait expérimental très significatif. Le rapport au seuil ($K_K = 0$) de Σ^- / Σ^+ = 2 décroît très rapidement avec l'énergie pour atteindre la valeur 1 vers les énergies où $K_K \simeq 30,40$ MeV/c et pour rester ensuite autour de cette valeur pour des énergies plus élevées. Ceci, comme il a été souligné par Salam ⁴⁾ est une propriété très importante et constitue un critère très strict pour l'étude de la validité de la symétrie globale, conduisant même à son rejet. Le fait que α soit petit montre tout de suite qu'il peut en être ainsi pour la symétrie restreinte.

Le rapport Σ^- / Σ^+ est donné par

$$\frac{\left| 1 + \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{T_1}{T_0} \right|^2}{\left| 1 - \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{T_1}{T_0} \right|^2}$$

D'après (5.2) et (4.7) - (4.19)

$$\begin{aligned} \frac{T_1}{T_0} &= \sqrt{\frac{2}{3}} \frac{M}{L} + \sqrt{\frac{1}{3}} \frac{N}{L} = \sqrt{\frac{2}{3}} \frac{|M|}{|L|} e^{i(\theta_1 - \theta_0)} + \sqrt{\frac{1}{3}} \frac{|N|}{|L|} e^{i(\theta_1 - \theta_0 - \beta)} = \\ &= e^{i(\theta_1 - \theta_0)} \left(\sqrt{\frac{2}{3}} m + \sqrt{\frac{1}{3}} n e^{i\beta} \right) \end{aligned}$$

Mais avec (3.4) et (1.5)

$$m = \frac{|T_{1,11}|}{|T_{0,11}|} \frac{|D_{12}|}{|D_{11}|} \sqrt{\frac{k_{\Sigma}}{Y}} ; \quad n = \frac{|T_{1,11}|}{|T_{0,11}|} \frac{|D_{13}|}{|D_{11}|} \sqrt{\frac{k_{\Sigma}}{Y}}$$

donc

$$\frac{T_1}{T_0} = e^{i(\theta_1 - \theta_0)} \cdot \frac{|T_{1,11}|}{|T_{0,11}|} \left\{ \sqrt{\frac{2}{3}} D_{12} + \frac{1}{\sqrt{3}} D_{13} e^{i\beta} \right\} \frac{1}{|D_{11}|} \sqrt{\frac{k_{\Sigma}}{Y}}$$

Pour les valeurs de K_k comprises entre 0 et 150 MeV/c K_{Σ} varie peu et peut être considéré comme constant. β est un angle fixe, et, comme il a été remarqué D_{12} , D_{13} , D_{11} et Y , ne dépendant pas de K_k restent pratiquement constants. Il en résulte donc que l'on peut écrire

$$\frac{T_1}{T_0} = e^{i(\theta_1 - \theta_0)} \frac{|T_{1,11}|}{|T_{0,11}|} \cdot \text{const} = \frac{T_{1,11}}{T_{0,11}} \cdot \text{const.}$$

La variation avec l'énergie de $\frac{T_1}{T_0}$ est donc essentiellement déterminée par la variation correspondante de $\frac{T_{1,11}}{T_{0,11}}$.

D'après (1.5) et (3.5)

$$\frac{T_{1,11}}{T_{0,11}} = \frac{A_0 - i k_K A_0 A_1}{A_1 - i k_K A_0 A_1}$$

Prenant la solution a^+ de Dalitz pour A_0 et A_1 on a

$$\frac{T_{1,11}}{T_{0,11}} = \frac{A_0 + 1,24 k_K + i 0,03 k_K}{A_1 + 1,24 k_K + i 0,03 k_K}$$

Ceci peut se représenter à l'aide du graphique 1 :

La figure 1 montre que $\theta_0 - \theta_1$ varie rapidement avec l'énergie et diminue tandis que $\frac{|T_1|}{|T_0|}$ reste pratiquement constant. Ceci va dans le mauvais sens. En effet, pour avoir $\Sigma^-/\Sigma^+ \approx 1$ avec $\frac{|T_1|}{|T_0|}$ constant il faudrait que la phase de T_1/T_0 se rapproche rapidement de 90° ce qui n'est pas le cas.

La solution a^- de Dalitz conduit au même résultat : sur le graphique elle correspond à une symétrie par rapport à l'axe des ordonnées.

Il est donc ainsi prouvé que bien que la méthode II donne un résultat satisfaisant pour $k_K = 0$ elle conduit, au dessus du seuil, à des résultats qui sont en violent désaccord avec les données expérimentales. Il faut donc en conclure encore une fois que la symétrie restreinte (ou globale) n'est pas de grande utilité pour l'interprétation des résultats expérimentaux.

VI. Conclusions.

Il est évident qu'une condition suffisante pour l'utilité de la symétrie restreinte (supposée valable pour les interactions des $\widetilde{\pi}$) serait d'avoir affaire à des interactions K faibles. Cette condition cependant, qui n'est pas réalisée dans la nature, peut a priori n'être pas nécessaire et pour cette raison nous avons étudié le problème de la réaction $\bar{K} + N \rightarrow \Sigma(\Lambda) + \widetilde{\pi}$ sans introduire une telle propriété. Il a été alors constaté que l'introduction de la symétrie restreinte (ou globale) conduit à des résultats qui diffèrent essentiellement entre eux, ceci en fonction de l'approximation choisie, lorsque les interactions K ne peuvent pas être traitées en perturbations. Ceci déjà jette un doute sur l'utilité du concept de la symétrie restreinte.

Il s'est trouvé en plus que toutes les méthodes d'approximation envisagées dans ce travail (et ce sont les approximations simples) conduisent à un désaccord entre les prévisions théoriques et les données expérimentales. En toute rigueur ceci, bien entendu, ne signifie pas que l'idée même de la symétrie restreinte (ou globale) soit dénuée de sens. Simplement, même si elle existe, on ne peut en tirer aucun profit car elle est complètement masquée par les interactions K . Ce dernier effet toutefois peut, en principe, dépendre du phénomène envisagé. Il nous semble donc peut-être indiqué de poursuivre l'étude expérimentale dans ce domaine car on pourrait concevoir que pour des processus qui peuvent avoir lieu sans aucune intervention des interactions K un souvenir plus précis de la symétrie restreinte (ou globale) se manifesterait dans le processus physique. C'est, par exemple, le cas de la création des paires d'antihypérons $\bar{\Sigma} \bar{\Sigma}$, $\bar{\Lambda} \bar{\Sigma}$, $\bar{\Lambda} \bar{\Lambda}$.

Pour terminer, ajoutons une remarque. Il serait tentant de raisonner à l'envers, c'est à dire, partant de la connaissance de la diffusion K^-p et de l'absorption $K^-p \rightarrow \Sigma(\Lambda) + \widetilde{\pi}$, de déduire les phases réelles du scattering $\Sigma \widetilde{\pi}$ et $\Lambda \widetilde{\pi}$ en supposant ces phases connues lorsque les interactions K sont supprimées. Vu cependant la discussion de la section 1 ceci ne peut pas être fait d'une manière univoque.

Nous tenons à remercier le professeur A. Salam pour la communication de ses résultats avant leur publication et pour des discussions très intéressantes lors de son séjour au CERN. De même des échanges de vue avec MM. D. Amati et Y. Yamaguchi nous ont été très profitables.

R E F E R E N C E S

- 1) D. Amati et B. Vitale, Nuovo Cimento 9, 895 (1958).
- 2) P.T. Matthews et A. Salam, Nuovo Cimento 13, 381 (1959).
- 3) R.H. Dalitz et S.F. Tuan, Annals of Physics - sous presse.
- 4) A. Salam, Conférence de Kiev - juillet 1959.
- 5) T.B. Day, G.A. Snow et J. Sucher, Phys.Rev. Letters 3, 61 (1959).
- 6) R.H. Dalitz, Proceedings of the CERN Conference, 1958, p.187.
- 7) B. d'Espagnat et J. Prentki, Nuclear Physics 9, 326 (1958/59).